磁区構造モデルを用いた電磁鋼板マルチスケール磁気特性表現と磁界解析への応用

研究代表者　京都大学工学研究科電気工学専攻　松尾哲司
共同研究者　京都大学工学研究科電気工学専攻　美舩健

１．緒言

電気自動車やロボットに搭載されるモータをはじめとして，電気機器には高効率化・小型軽量化・高出力化あるいは高い環境適合性など多くのことが同時に求められるようになっている。これらの要求を低コストに実現するためには，高精度な計算機シミュレーションを用いて，材料の能力を可能な限り引き出した精密な機器設計を行うことが必要である。しかし，電気機器の鉄芯材料である電磁鋼板はベクトルヒステリシス特性など複雑な磁気特性を持ち，これを考慮した電気機器の磁界解析は現在でも容易でない。このため，磁気飽和のみを考慮した解析の後，ヒステリシス損や異常渦電流損等を経験的な算出式を用いて後処理的に求めることが通常で，このことが，電気機器の磁界解析の高精度化の妨げとなっている。

ヒステリシス損や(異常)渦電流損は，電磁鋼板における損失の主因であるが，ともに鋼板内のミクロな磁区構造に由来し，そのモデル化にはマイクロ磁気学的な検討が必要である。しかし，磁壁 (10nm オーダー)，結晶粒 (0.1~1mm オーダー)，鋼板厚 (0.1mm オーダー)，鉄芯 (数 cm 以上)のように大きく異なるスケールが混在するため，マイクロ磁気学を直接に鉄芯解析に用いるのは不可能である。同時に，磁壁や磁区の振舞いは，結晶粒界や結晶内の不純物などの影響を強く受けるため，結晶粒スケールの物理現象を考慮せずにマクロ磁気特性を表現することも不可能である。従って，異なるスケールの物理現象を記述するマルチスケール磁気特性モデルの開発が必要である。しかし，磁区や結晶粒のスケールの磁化過程の解析手法が欠落しているのが現状である(Fig. 1)。

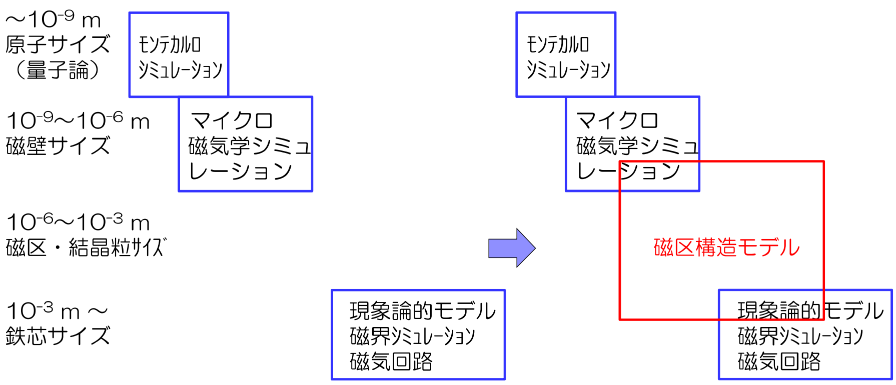


Fig. 1　中間スケールモデルと磁区構造モデル

報告者らの研究グループは，電磁鋼板のマクロ磁気特性の現象論的なモデル化手法について成果を挙げており，直流・交流ヒステリシス特性および弱異方性ベクトルヒステリシス特性の高精度で簡潔なモデル化手法の開発に成功している。しかし，鋼板内部の物理現象のモデル化を欠くため，電磁鋼板が示す種々の特性に対して個々に測定してモデル化する必要がある。他方で申請者らは，マイクロ磁気学や磁区構造モデルを用いて，磁壁や磁区の振舞いを記述する中間スケールモデルを開発している。その中で，結晶粒界や結晶内の不純物の影響の重要性を見出している。

そこで本研究では，下記の 2 項目を目的とする。

(1) 磁区構造モデルによる電磁鋼板結晶粒スケールの磁化過程表現　マルチスケール磁気特性モデルのキーとなる中間スケールモデルとして，現在開発を進めている磁区構造モデルを電磁鋼板の結晶粒スケールの磁化過程表現に応用し，下記マルチスケールモデルを構成する要素としての特性を検証する。

(2) マルチスケール磁気特性モデルによるマクロスケール磁化過程表現　方向性電磁鋼板は磁気異方性が強いため，ベクトル磁気特性を現象論的に正確にモデル化することが容易でなく，磁区構造モデルによるモデル化に適している。まず，磁区構造モデルの集合としてマルチスケール磁気特性モデルを構成し，方向性電磁鋼板のマクロ磁気特性を表現する。

以下，上記の 2 項目について順に報告する。

２．単純化磁区構造モデルよる磁化過程解析

２．１　単純化磁区構造モデル

磁区構造モデル[1]-[4]では，磁区内で磁化ベクトル一定とし，磁区の境界面の磁壁の移動と，磁区内の磁化ベクトルの回転とにより，磁性体の磁化過程を表現する。本研究では，簡単のために，磁区の数を 2 とし，各磁区 i (i = 1, 2) の規格化自発磁化を $\boldsymbol{m}_i = (\sin\theta_i\cos\varphi_i, \sin\theta_i\sin\varphi_i, \cos\theta_i)$，体積比を λ_1 と $1-\lambda_1$ とする。

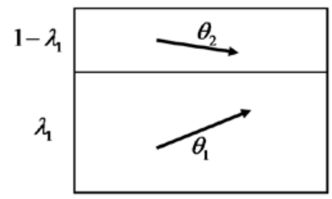


Fig. 2　磁区構造モデル(2 磁区)

2.1.1 磁気エネルギー

磁壁の位置および磁化ベクトルの向きは，以下の全磁気エネルギーが極小となるように決定される。

$$e = e_{\mathrm{ap}} + e_{\mathrm{an}} + e_{\mathrm{w}} + e_{\mathrm{st}} \tag{1}$$

ただし，磁気エネルギーの各成分は，結晶磁気異方性エネルギーにより規格化されており，e_{ap} は外部磁界によるエネルギー，e_{an} は結晶磁気異方性エネルギー，e_{w} は磁壁エネルギー，e_{st} は静磁エネルギーである。

結晶磁気異方性エネルギー e_{an} は，

$$e_{\mathrm{an}} = \lambda_1 f_{\mathrm{an}}(\theta_1, \varphi_1) + (1-\lambda_1) f_{\mathrm{an}}(\theta_2, \varphi_2) \tag{2}$$

のように書くことができる。ここで，f_{an} は角度依存性を表す関数である。方向性電磁鋼板を想定して，容易軸を(1, 0, 0)，(0, 1, 1)，(0, −1, 1)方向に持つ立方異方性とすると，

$$f_{\mathrm{an}}(\theta_i, \varphi_i) = \sin^2\theta_i \cos^2\varphi_i (1-\cos^2\varphi_i \sin^2\theta_i) + \frac{1}{4}(\cos^2\theta_i - \sin^2\theta_i \sin^2\varphi_i)^2 \tag{3}$$

となる。

外部磁界エネルギー e_{ap} は，規格化外部磁界 $\boldsymbol{h} = h(\cos\varphi_{\mathrm{H}}, \sin\varphi_{\mathrm{H}}, 0)$ を用いて，

$$e_{\mathrm{ap}} = -2\boldsymbol{h}\cdot[\lambda_1 \boldsymbol{m}_1 + (1-\lambda_1)\boldsymbol{m}_2] \tag{4}$$

と表される。ここで，$h = H_{\mathrm{ap}}/(\kappa M_{\mathrm{S}})$ は外部磁界の大きさを表すパラメータ，φ_{H} は外部磁界の向きである。また，H_{ap} は外部磁界の大きさ，M_{S} は自発磁化の大きさ，$\kappa = 2K/(\mu_0 M_{\mathrm{S}}^2)$ であり，K_1 は結晶磁気異方性定数，μ_0 は真空の透磁率である。

ブロッホ磁壁を仮定して，磁壁エネルギー e_{w} は，

$$e_{\mathrm{w}} = \frac{w}{2}(1 - \boldsymbol{m}_1 \cdot \boldsymbol{m}_2) \tag{5}$$

で与えられるとする。ここで，$w = 4l_{\mathrm{k}}/D$ は磁壁を持つエネルギーコストの大きさを表すパラメータである。ただし，$l_{\mathrm{k}} = (A/K)^{1/2}$ であり，D は 2 つの磁区の幅である。

磁区構造モデルでは，静磁界エネルギーの計算にコストを要する。単純化磁区構造モデル[5][6]では，この計算を単純化して，平均磁化に減磁界係数を乗じて減磁界を与える。したがって，静磁エネルギー e_{st} は，

$$e_{\mathrm{st}} = s_x m_x^2 + s_y m_y^2 + s_z m_z^2 \tag{6}$$

$$(m_x, m_y, m_z) = \boldsymbol{m} = \lambda_1 \boldsymbol{m}_1 + (1-\lambda_1)\boldsymbol{m}_2 \tag{7}$$

で与えられる。s_x，s_y，s_z は減磁界の影響を表すパラメータであり，$s_x = k_x/\kappa$，$s_y = k_y/\kappa$，$s_z = k_z/\kappa$ である。ただし，k_x，k_y，k_z は各方向減磁界係数であり，板状構造の結果として，s_z は s_x および s_y と比較して十分に大きいとする。

2.1.2 エネルギー極小解の算出法

磁化状態は，全磁気エネルギー e を極小とする $\boldsymbol{X} = (\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2, \lambda_1)$ を求めることで表される。e が極値をとる条件は，

$$\partial e/\partial \boldsymbol{X} = 0 \tag{8}$$

で与えられ，極小となる条件は，ヘッセ行列 $\partial^2 e/\partial \boldsymbol{X}^2$ の固有値がすべて正となることである。

方程式の解の追跡には，連続変形法を用いる方法が用いられるが，今回，下記のよう

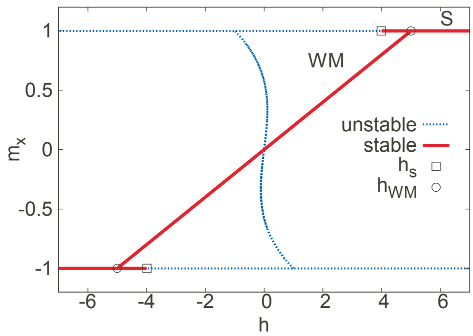
に磁化状態の履歴を考慮した方法を開発した。

全エネルギーeは複数のエネルギー極小値を持つことが多く，そのうちの一つが磁化の履歴に応じて現れることになる。磁化の履歴を表現するためには，ある磁化状態（平衡点）から，次の平衡点への移行を状態方程式により記述できればよい。そこで，本研究では，人工的な状態方程式

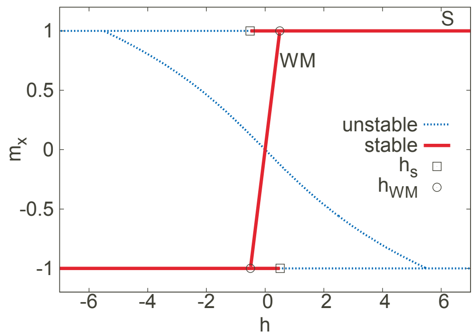
$$\mathrm{d}\boldsymbol{X}/\mathrm{d}t = \boldsymbol{Y}, \qquad \mathrm{d}\boldsymbol{Y}/\mathrm{d}t = -\partial e/\partial \boldsymbol{X} - \alpha \boldsymbol{Y} \tag{9}$$

を用いて，磁化状態の遷移を模擬する方法を開発した。ここで，α は散逸係数である。式(9)を定常状態に至るまで数値積分することにより，初期状態に応じた平衡点（$\mathrm{d}\boldsymbol{X}/\mathrm{d}t = \mathrm{d}\boldsymbol{Y}/\mathrm{d}t = 0$）が得られる。

なお，２．３および２．４節は連続変形法による求解結果，それ以降は式(9)の求解による結果を示している。



(a) $(s_x, s_y) = (5, 5)$



(b) $(s_x, s_y) = (0.5, 5)$

Fig. 3 圧延方向の磁化特性 $(w, s_z) = (0.01, 100)$ (実線: 安定，破線: 不安定)

２．２ 交番磁界に対する磁化特性

2.2.1 圧延方向の交番磁界に対する磁化特性

外部磁界の印加角度を $\varphi_H = 0$ に固定し，パラメータ h を変化させることにより，圧延方向の交番磁化特性が得られる。その結果を Fig. 3 に示す。ただし，連続変形法による求解結果であり，$(s_x, s_y, s_z) = (5, 5, 100)$，$(0.5, 5, 100)$，$w = 0.01$ とし，x 方向規格化平均磁化 m_x の変化を示す。図で安定解を実線，不安定解を破線で示している。

$\varphi_H = 0$ の場合，安定解は次の 2 種類に大別される。

・S: $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$，$\varphi_1 = \varphi_2$，$\lambda_1 = 1/2$ となる単磁区型の解

・WM: $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$，$(\varphi_1, \varphi_2) = (0, \pi)$ or $(\pi, 0)$ となる 180°磁壁移動型の解

上記の分類に対応して，図の安定解には，S，WM のラベルを付している。

単磁区型の解 $\boldsymbol{X} = (\pi/2, 0, \pi/2, 0, 1/2)$に対して$\partial^2 e/\partial \boldsymbol{X}^2$ の固有値は，$1+h-s_x+s_y$，$1+h-s_x+s_z$，$1+h-s_x+w$ となる。したがってこの解は，

$$h > h_s = \max(s_x - s_y - 1, s_x - s_z - 1, s_x - w - 1) \tag{10}$$

のとき安定となる。Fig. 3 には，$(h, m_x) = \pm(h_S, 1)$となる点を□印で示している。

180°壁移動型の解($\pi/2$, 0, $\pi/2$, π, $h/2s_x$+1/2)に対して線形の磁化特性 $m_x = h / s_x$ が生じる。またこの解に対して，$\partial^2 e/\partial \boldsymbol{X}^2$ のすべての固有値が正となるのは，

$$|h| < h_{\mathrm{WM}} \equiv \min(s_x\sqrt{\frac{1+s_y-w}{1+s_y+s_y w}}, s_x\sqrt{\frac{1+s_z-w}{1+s_z+s_z w}}) \tag{11}$$

のときである。このとき安定解となり，Fig. 3 では，境界点$(h, m_x) = \pm (h_{\mathrm{WM}}, h_{\mathrm{WM}}/s_x)$を○印で示している。

2.2.2 直角方向の交番磁界に対する磁化特性

外部磁界の印加角度を $\varphi_{\mathrm{H}} = \pi/2$ に固定して，パラメータ h を変化させることにより得られる直角方向の磁化特性を Fig. 4 に示す。ただし，$(s_x, s_y, s_z) = (0.5 ,5 ,100)$，$w = 0.01$ とし，y 方向規格化平均磁化 m_y の変化を示す。図で安定解を実線，不安定解を破線で示している。

$\varphi_{\mathrm{H}} = \pi/2$ の場合，安定解は次の 2 種類の回転型の解に大別される。

・R_1: h が小さいとき，$\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$，$\varphi_2 = \pi-\varphi_1$，$\lambda_1 = 1/2$ となる回転型の解

・R_2: h が大きくなり，R_1型の解が不安定になった後に，$\theta_2 = \pi-\theta_1$，$\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$，$\lambda_1 = 1/2$ となる回転型の解.

上記の分類に対応して，図の安定解には，R_1，R_2 のラベルを付している。R_2型の解は z 方向の磁化成分を許容したことにより現れる解である。ただし，s_zが大きいため，2 つの磁区で磁化の z 方向成分を打ち消しており，平均的には z 方向の磁化は存在しない。実際の電磁鋼板では直角方向に飽和するためには非常に大きな印加磁界を必要とするが，R_2型の解では飽和に達しており，本稿の設定では単独の単純化磁区構造モデルにより，電磁鋼板のマクロ磁気特性を全て表すことは難しいことが分かる。

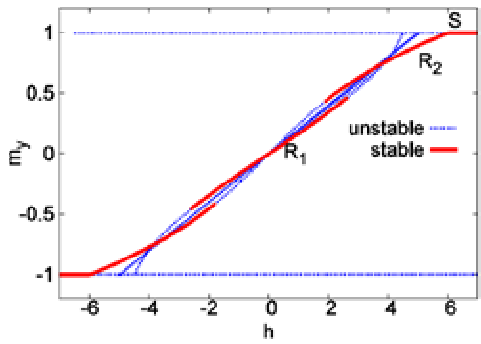


Fig. 4 圧延直角方向の磁化特性 $w = 0.01$，$(s_x, s_y, s_z) = (0.5, 5, 100)$
(実線: 安定，破線: 不安定)

なお，R_1型の解による磁化曲線は

$$h = (-\frac{3}{2}m_y^2 + 1 + s_y - w)m_y \tag{12}$$

で与えられ，これに対して，R_2型の解による磁化曲線は

$$h = (2m_y^2 - 1 + s_y - w)m_y \tag{13}$$

で与えられる。

２．３ 回転磁化に対する磁化特性

電気機器中の磁性材料は，交番または回転磁束条件下で用いられることが多く，この場合，磁性体の平均磁化が近似的に与えられる。そこで，平均磁化ベクトルを $\boldsymbol{m} = m_0(\cos\varphi_M, \sin\varphi_M, 0)$とし，$\boldsymbol{m}$ が回転した時の外部磁界ベクトル $\boldsymbol{h}$ の変化を算出する。すなわち，$\boldsymbol{m}_0$ と φ_M をパラメータとして与え，これに対して，

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}, h, \phi_H) \\
&= \begin{pmatrix} \partial e/\partial \boldsymbol{X} \\ \lambda_1 \sin\theta_1 \cos\phi_1 + \lambda_2 \sin\theta_2 \cos\phi_2 - m_0 \cos\phi_M \\ \lambda_1 \sin\theta_1 \sin\phi_1 + \lambda_2 \sin\theta_2 \sin\phi_2 - m_0 \sin\phi_M \\ \lambda_1 \cos\theta_1 + \lambda_2 \cos\theta_2 \end{pmatrix} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{14}$$

を解いて，$\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{h}$，φ_H を算出し，磁化回転に対する磁界ベクトルの変化を求める。

回転磁化に対する$(h_x, h_y) = (h\cos\varphi_H, h\sin\varphi_H)$ の軌跡を，Fig. 5 および Fig. 6 に示す。ただし, $\boldsymbol{m}_0 = 0.8, 0.9$, $(w, s_z) = (0.01, 100)$ とし, Fig. 5 は等方的な減磁界の場合 $(s_x, s_y) = (0.5, 0.5)$ を示し，Fig. 6 は x 方向に形状異方性の容易軸を持つ場合 $(s_x, s_y) = (0.1, 0.5)$ を示している。また，回転磁束条件下での測定結果を無方向性電磁鋼板について Fig. 7(a) ，方向性電磁鋼板について Fig. 7(b)に示す。安定となる解の(h_x, h_y) の軌跡は，平均磁化を大きくするにつれ楕円形状から四角形に近い形を描き，$\boldsymbol{m}$ が 1 に近づくと結晶異方性の困難軸(55°)の影響を顕著に示すようになる。磁区構造モデルにおける結晶異方性の容易/困難軸の設定は，方向性電磁鋼板と同様の設定であるが，Fig. 5 の結果は Fig. 7(a)の無方向性電磁鋼板の場合の軌跡に近く，Fig. 6 の結果は Fig. 7(b)の方向性電磁鋼板の場合の軌跡に近い。すなわち，無方向性電磁鋼板においては，圧延方向近くに容易軸を持つ結晶粒が多いことを示すものであり，方向性電磁鋼板においては，強い異方性が結晶異方性のみでは説明できないことを示すものであると考えられる。Fig. 6 の結果は，方向性電磁鋼板の強い異方性に関して, 圧延方向に細長い結晶粒の形状による形状異方性の効果を考慮して模擬したものである。ただし，磁気弾性エネルギーの影響も大きいと考えられ，今後，更なる検討が必要である。

２．４　ピンニング磁界の導入

軟磁性材料はピンニング型のヒステリシス特性[7]を示すことが多い。ピンニング型のヒステリシス特性は, 結晶内の欠陥や結晶粒界によって磁壁移動が妨げられることにより生じる。ピンニング点の分布とそのピンニングエネルギーが一様であると仮定すると，d$\boldsymbol{m}$/dt の方向に依存して決まる一様なピンニング磁界が生じることになる。このとき，交番磁界下において，ピンニング磁界 h_p はストップヒステロン[8]によって次のよ

うに表現することができる。

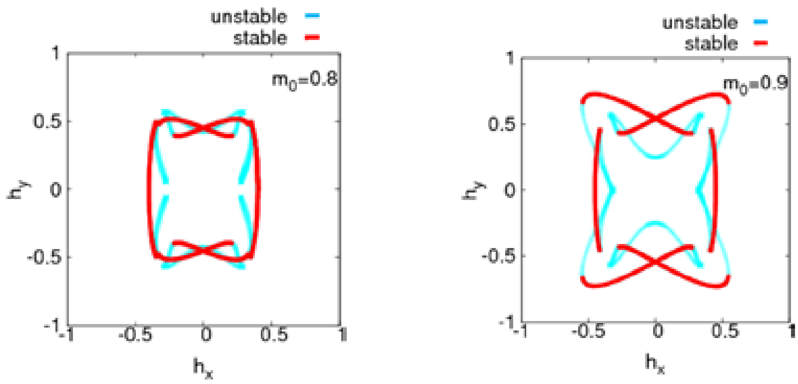


Fig. 5 (s_x, s$_y$) = (0.5, 0.5)の場合の回転磁化に対する磁化特性

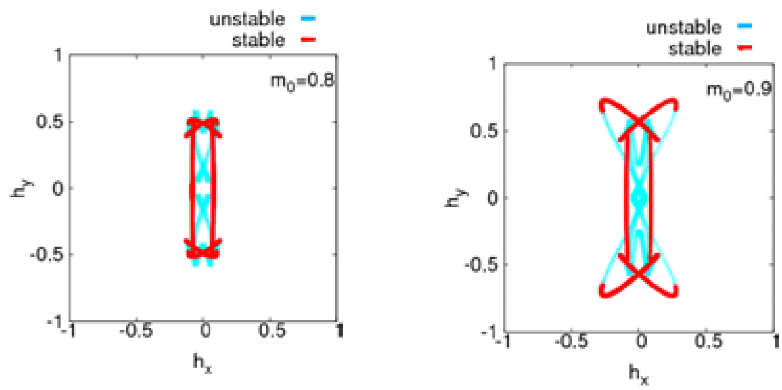
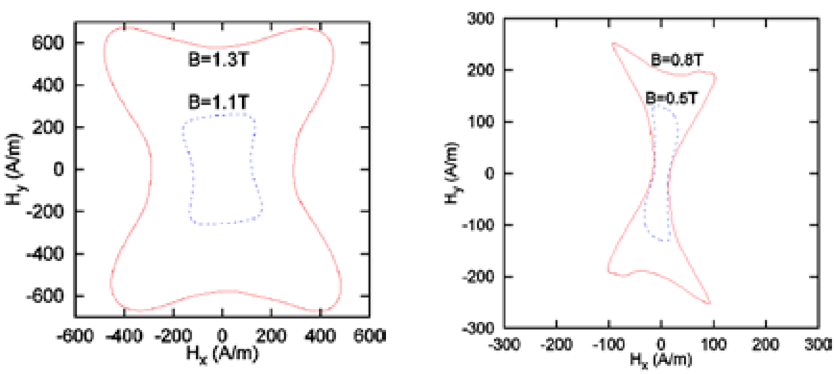


Fig. 6 (s_x, s$_y$) = (0.1, 0.5)の場合の回転磁化に対する磁化特性



(a) 無方向性電磁鋼板　　　　　(b) 方向性電磁鋼板

Fig. 7 回転磁束条件下に対する電磁鋼板の磁界ベクトルの軌跡

$$h_{pn} = -\,\partial e_{pn}/\partial m = -\,(p/\eta)\, s_\eta(m) \tag{15}$$

$$s_\eta(m) = \max(\, \min(\, m - m^0 + s_\eta{}^0,\, \eta\,), -\eta\,) \tag{16}$$

ここで s_η は高さ η のストップヒステロン，$(m^0, s_\eta{}^0)$は前時点での(m, s_η)の値，p ピンニング磁界の大きさを与える定数である。Fig. 8 に$(p/\eta)s_\eta(m)$の特性を示す。ピンニング磁界を供給するため，磁化の増加時（または減少時）に，印加磁界が p（または$-p$）だけ余分に必要になる。ベクトル的なピンニング磁界に対するピンニングエネルギーは,

$$e_{\mathrm{pn}} = \frac{p}{\eta}\int \boldsymbol{s}_\eta(\boldsymbol{m})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{m} \tag{17}$$

で与えられる。ここで，ベクトルストップヒステロン $\boldsymbol{s}_\eta(\boldsymbol{m})$は

$$\boldsymbol{s}_\eta(\boldsymbol{m}) = \frac{\eta(\boldsymbol{m}-\boldsymbol{m}^0+\boldsymbol{s}_\eta{}^0)}{\max(\eta, |\,\boldsymbol{m}-\boldsymbol{m}^0+\boldsymbol{s}_\eta{}^0\,|)} \tag{18}$$

で与えられる。ただし，η はストップヒステロンの半径を与える定数，$(\boldsymbol{m}^0, \boldsymbol{s}_\eta{}^0)$は前時点における $(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{s}_\eta)$ の値である。全エネルギーe には，ピンニングエネルギーe_{pn} が加算される。

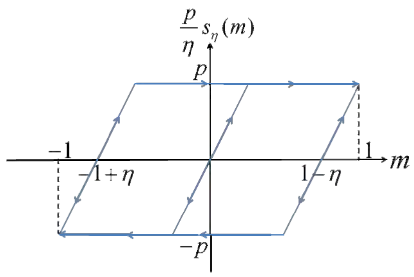
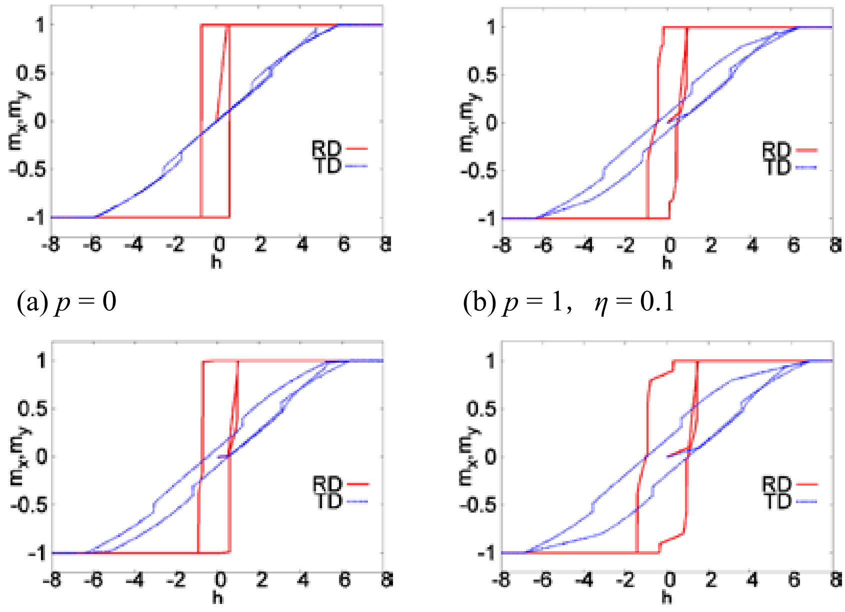


Fig. 8　ストップヒスロンの特性

Fig. 9 に $w = 0.01$, $s_x = 0.5$, $s_y = 5$, $s_z = 100$ のときの磁化曲線を示す。ただし，式(9)の積分による結果であり，(a) ピンニング磁界なし($p = 0$)，(b)　$p = 1$，$\eta = 0.1$，(c) $p = 1$，$\eta = 0.01$，(d) $p = 2$，$\eta = 0.1$ の場合を示している。s_x と s_y と比較して s_z がかなり大きいのは板状構造のためである。Fig. 9(a)の磁化曲線は，連続変形法で得られた Fig. 3(b)の結果と一致している。ピンニング磁界により，圧延方向では保磁力が増加し，直角方向ではヒステリシス特性が現れている。Fig. 10 は方向性電磁鋼板の磁化曲線の測定結果である。圧延方向に現れる角型のヒステリシスは，単純化磁区構造モデルにより表現されていることが分かる。直角方向の複雑な特性は，磁化状態の遷移[9]によるものであり，単純化磁区構造モデルにより定性的に表されている。しかしながら，単純化磁区構造モデルにおいて，圧延方向の保磁力は異方性磁界により決まっており，電磁鋼板の計測結果と比較してかなり大きい。また，単純化磁区構造モデルでは，直角方向における磁化状態の遷移が磁化曲線に与える影響は計測結果と比較して顕著でない。これは，減磁界の影響が支配的であるためである。上記の差異は，電磁鋼板の多結晶構造によるものと考えられる。そこで，次節において，磁区構造モデルの集合により，巨視的な磁化過程を表現することを考える。



(a) $p = 0$　(b) $p = 1$,　$\eta = 0.1$

(c) $p = 1$,　$\eta = 0.01$　(d) $p = 2$,　$\eta = 0.1$

Fig. 9 磁化曲線に対するピンニング磁界の影響

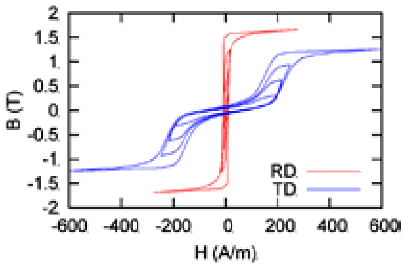


Fig. 10　方向性電磁鋼板の交番磁化特性: RD: 圧延方向 TD 直角方向

３．集合モデルによる磁化過程解析

３．１ 集合モデルの構成

3.1.1 セル分割

Fig. 11 のように多数の単純化磁区構造モデルの集合による，磁性材料の巨視的な磁化特性表現を検討する。以下，一つの単純化磁区構造モデルを一つのセルとみなす。全体エネルギーは

$$e = e_{\text{ap-global}} + e_{\text{an-global}} + e_{\text{w-global}} + e_{\text{pn-global}} + e_{\text{st-global}} \tag{19}$$

で与えられる。ここで，右辺第 1 項から第 4 項は，各セルにおけるそれぞれのエネルギー成分の和で与えられ，各セル間の相互作用はない。これに対して，静磁エネルギー $e_{\text{st-global}}$ は下記のように求められる。

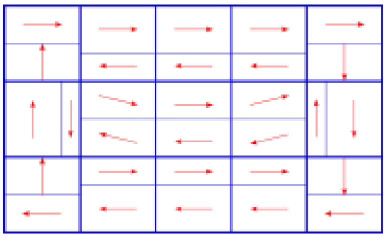


Fig. 11 単純化磁区構造モデルの集合

3.1.2　静磁界の計算

集合モデルにおける静磁界 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{st}}$ はマイクロマグネティクスシミュレーション[10]と同様に求められる。すなわち，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{st}}$ は

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{st}}(I,J,K) = -M_s \sum_{I',J',K'} \boldsymbol{N}(I-I',J-J',K-K')\boldsymbol{m}(I',J',K') \tag{20}$$

で与えられる。ここで，(I, J, K)と(I', J', K')はセルのインデックスである。減磁界係数行列 $\boldsymbol{N}$ は

$$\boldsymbol{N}(I,J,K) = \begin{pmatrix} N_{xx} & N_{xy} & N_{xz} \\ N_{yx} & N_{yy} & N_{yz} \\ N_{zx} & N_{zy} & N_{zz} \end{pmatrix} \tag{21}$$

$$N_{uv}(I,J,K) = \frac{1}{4\pi} \int_{(K-\frac{1}{2})\Delta z}^{(K+\frac{1}{2})\Delta z} \int_{(J-\frac{1}{2})\Delta y}^{(J+\frac{1}{2})\Delta y} \int_{(I-\frac{1}{2})\Delta x}^{(I+\frac{1}{2})\Delta x} \frac{\delta_{uv}(x^2+y^2+z^2)-3uv}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{22}$$

で与えられる。ただし。u および v は x, y, z のいずれかを表す。δ_{uv} はクロネッカーのデルタ，$(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ はセルサイズである。表記の単純化のため，セルインデックスを下記のように並べ替える。

$$i = n_x n_y (K-1) + n_y (J-1) + I \quad (I = 1, \ldots, n_x, J = 1, \ldots, n_y, K = 1, \ldots, n_z) \tag{23}$$

ここで，n_x, n_y, n_z はそれぞれ x-, y-, z-方向のセル数である。このインデックスを用いると，静磁エネルギーは,

$$E_{\mathrm{st}} = -\frac{\mu_0 M_s V}{2} \sum_i \boldsymbol{H}_{\mathrm{st}}(i) \cdot \boldsymbol{m}(i) \tag{24}$$

で与えられる。ここで，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{st}}(i)$はセル i における減磁界，$\boldsymbol{m}(i)$はセル i の平均磁化，V はセルの体積である。規格化静磁エネルギーは,

$$e_{\text{st-global}} = E_{\mathrm{st}} / VK = -\sum_i \boldsymbol{h}_{\mathrm{st}}(i) \cdot \boldsymbol{m}(i) \tag{25}$$

で与えられる。ここで，$\boldsymbol{h}_{\mathrm{st}}$ は規格化減磁界であり以下で与えられる

$$\boldsymbol{h}_{\mathrm{st}}(i) = \boldsymbol{H}_{\mathrm{st}} / (\kappa M_{\mathrm{S}}) = -\sum_{i'} \boldsymbol{s}(i-i')\boldsymbol{m}(i') \tag{26}$$

$$\boldsymbol{s}(i) = \boldsymbol{N}(I, J, K) / \kappa \tag{27}$$

式(25)，(26)および $\boldsymbol{s}(i) = \boldsymbol{s}(-i)$の関係より，$\partial e_{\text{st-global}}/\partial \boldsymbol{m}(j)$ は

$$\frac{\partial e_{\text{st-global}}}{\partial \boldsymbol{m}(j)} = -\boldsymbol{h}_{\text{st}}(j)^{\mathrm{T}} - \sum_i \boldsymbol{m}(i)^{\mathrm{T}} \frac{\partial \boldsymbol{h}_{\text{st}}(i)}{\partial \boldsymbol{m}(j)} = -\boldsymbol{h}_{\text{st}}(j)^{\mathrm{T}} - \sum_i \boldsymbol{m}(i)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s}(j-i) = -2\boldsymbol{h}_{\text{st}}(j)^{\mathrm{T}} \tag{28}$$

で与えられる。

3.1.3 エネルギー極小化

状態変数ベクトル $\boldsymbol{X}$ は各セルにおける状態変数 $\boldsymbol{X}(i)$ (i = 1, …, $n_x n_y n_z$)により構成される。エネルギー極小点は状態方程式(9)を解いて定常状態を得ることにより求められる。ここで $\partial e_{\text{st-global}}/\partial \boldsymbol{X}(i)$ は

$$\frac{\partial e_{\text{st-global}}}{\partial \boldsymbol{X}(i)} = \frac{\partial e_{\text{st-global}}}{\partial \boldsymbol{m}(i)} \frac{\partial \boldsymbol{m}(i)}{\partial \boldsymbol{X}(i)} = -2\boldsymbol{h}_{\text{st}}(i)^{\mathrm{T}} \frac{\partial \boldsymbol{m}(i)}{\partial \boldsymbol{X}(i)} \tag{29}$$

で与えられる。他のエネルギー成分の微分は容易に求められる。

３．２　集合モデルによる解析

単純化磁区構造モデルでは，一様な減磁界を仮定しているために，材料の端の効果を考慮することができない。しかし，磁化反転は材料の端から生じることが多い。そこで，本節では，比較的少数のセルによる集合モデルの解析により，局所的な減磁界の影響を検討する。

3.2.1 セル分割の影響

磁性体のサイズを $l_x \times l_y \times l_z$ とし，$l_x:l_y:l_z$ = 8:1:0.02 とする。磁性体のセル分割を，Fig. 12 のように，(i) 1 × 1 × 1，(ii) 2 × 1 × 1，(iii) 4 × 1 × 1 とする。そのときの磁化曲線を Fig. 13(a)(b)(c)に示す。ただし，ピンニング磁界を 0，w = 0.01，κ = 0.001 としている。Fig. 13 より分割を増やすと保磁力が減少することが分かる。Table 1 に自身のセルに対する減磁界係数

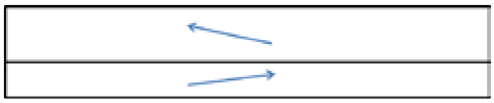
$$\boldsymbol{s}(0) = \mathrm{diag}(s_{xx}, s_{yy}, s_{zz})\ . \tag{30}$$

を示す。分割(i)では $s_{xx} << s_{yy}$ となっており，形状異方性により x 方向が容易方向となり，その結果，圧延方向の保磁力が大きくなる。Fig. 14 に分割(iii)の場合の各セルにおける磁化曲線を示す。分割(iii)では s_{xx} が比較的大きく，セル単独での形状異方性は小さい。したがって，セル 1 および 4 は比較的容易に磁化反転し，その磁化反転によりセル 2 および 3 の磁化反転が容易になり，結果として保磁力が小さくなる。これに対して，圧延方向のセル分割は直角方向の特性に殆ど影響しない。これは，s_{yy} があまり変化しないためである。Fig. 13(d) に p = 0.5，η = 0.1 としてピンニング磁界を考慮した場合の磁化曲線を示す。

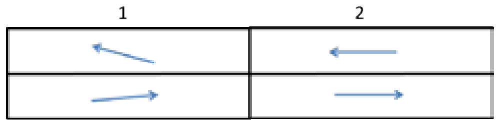
3.2.1 異方性エネルギーと静磁界エネルギーの影響比較

パラメータ κ は結晶磁気異方エネルギーと静磁界エネルギーの効果の比を表している。Fig. 15 は分割(iii)の場合に κ = 0.002，0.01 とし，p = 0.5，η = 0.1 のピンニング磁界

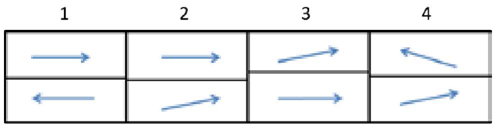
を考慮したときの磁化曲線を示す。対応する減磁界係数の値を Table 2 に示す。κ の増加とともに結晶磁気異方性の影響が大きくなり，その結果，圧延方向の保磁力が大きくなっている。Fig. 9 と Fig. 15 を比較すると，集合モデルにより保磁力が小さくなり，方向性電磁鋼板の磁化特性の表現が改善されていることが分かる。



(a) 分割(i) 1×1×1



(b) 分割(ii) 2×1×1

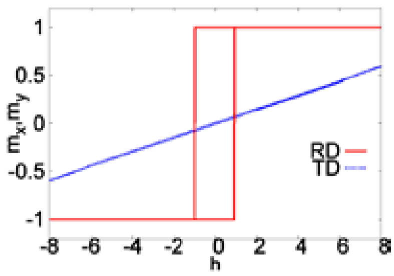


(c) 分割(iii) 4×1×1

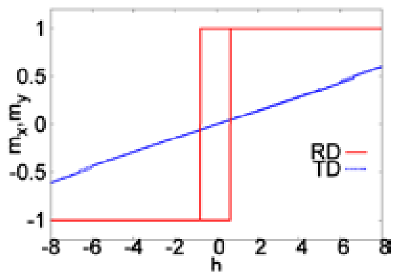
Fig. 12 セル分割

Table 1 セル分割と減磁界係数の関係

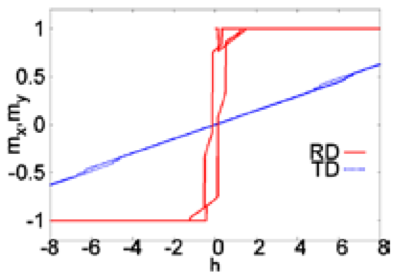
(n_x, n_y, n_z)	s_{xx}	s_{yy}	s_{zz}
(1,1,1): model (i)	2.1×10^{-1}	1.3×10^{1}	1.0×10^{3}
(2,1,1): model (ii)	8.2×10^{-1}	1.3×10^{1}	1.0×10^{3}
(4,1,1): model (iii)	3.0	1.2×10^{1}	1.0×10^{3}



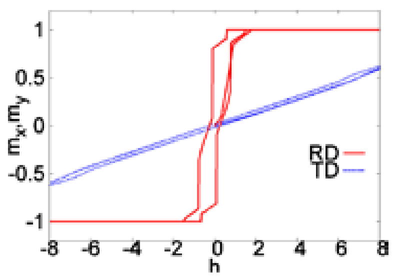
(a) 分割(i) 1×1×1



(b) 分割(ii) 2×1×1



(c) 分割(iii) 4×1×1



(d) 分割(iii) 4×1×1 + ピンニング磁界

Fig. 13 集合モデルの磁化曲線

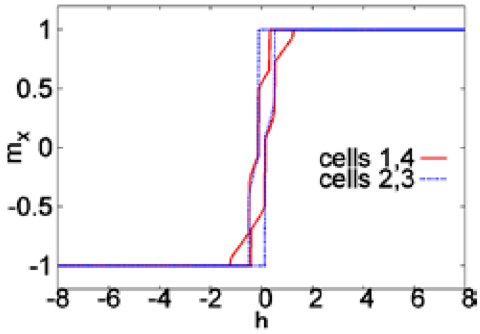
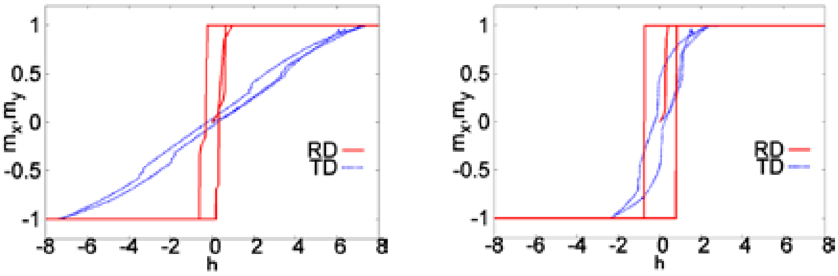


Fig. 14 分割(iii)の各セルの磁化曲線



(a) κ = 0.002　　(b) κ = 0.01

Fig. 15 ピンニング磁界を考慮した磁化曲線

Table 2　κ と減磁界係数の関係

κ	s_{xx}	s_{yy}	s_{zz}
0.001	3.0	1.2×10^{1}	1.0×10^{3}
0.002	1.4	5.9	4.9×10^{2}
0.01	2.8×10^{-1}	1.1	9.8×10^{1}

４．結言

本課題研究では，電磁鋼板の磁化過程モデル化のため，まず，単純化磁区構造モデルによる結晶粒スケールの磁化過程解析を行い，その結果を基に，単純化磁区構造モデルの集合によるマルチスケールモデルを構成し，マクロスケールの磁化過程解析を行った。

まず，単純化磁区構造モデルによる磁化過程解析においては，交番磁界に対する磁化特性解析において安定解の範囲を解析的に与えることにより，異方性および磁壁エネルギーが磁化特性に与える影響を明らかにした。その結果として方向性電磁鋼板と定性的に類似した磁化特性が得られた。また，平均磁化ベクトルの回転に対する磁界ベクトルの軌跡を算出し，結晶異方性および形状異方性の影響が顕著に見られるなど，回転磁束条件下での電磁鋼板の特性が定性的に再現された。

次に，単純化磁区構造モデルの集合としてマルチスケールモデルを開発し，マクロスケールにおける電磁鋼板の磁化特性解析を行った。本モデルでは，磁性材料内の減磁界

分布が考慮され，保磁力を現実的な値に近づけることが可能である。

今回の課題研究として，電磁鋼板に対する，結晶粒スケールおよびマクロスケールモデルを構成することに成功した。今後，集合モデルの大規模化，磁気弾性エネルギーの考慮，ピンニング磁界分布の設定，および，結晶方向の分布の設定を行うことにより，より現実的な電磁鋼板の磁気特性シミュレーションを実施する予定である。

謝辞

本研究は JFE21 世紀財団の支援の元に行われました。ここに付記し，感謝の意を表します。

また，電磁鋼板の磁気特性については，北九州高等専門学校の開道力教授に多くのご助言を頂きましたので，ここに感謝申し上げます。

文献

[1] N. Smith, “Domain theory model for magnetic thin films,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 24, no. 6, pp. 2380-2382, 1999.

[2] C. Saka, K. Shiiki and K. Shinagawa, “Analysis of domain structure by calculating magnetostatic energy for magnetic thin film,” *J. Appl. Phys.*, vol. 66, no. 3, pp. 1285-1290, 1989.

[3] M. Enokizono, T. Todaka and Y. Midou, “Numerical simulation of domain Structure in magnetic thin sheet,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 3, pp. 1172-1175, 1996.

[4] T. Matsuo, N. Mimuro and M. Shimasaki, “A micromagnetic study of domain structure modeling,” *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 320, issue 20, pp. e1029-e1033, 2008.

[5] T. Matsuo, “Magnetization process analysis using a simplified domain structure model,” J. Appl. Phys., vol. 109, 07D332, 2011.

[7] G. Bertotti, *Hysteresis in Magnetism*, Academic Press, 1998,

[8] T. Matsuo, “Rotational saturation properties of isotropic vector hysteresis models using vectorized stop and play hysterons,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, pp. 3185-3188, 2008.

[9] F. Fiorillo, L. R. Dupre, C. Appino, and A. M. Rietto, “Comprehensive model of magnetization curve, hysteresis loops, and losses in any direction in grain-oriented Fe-Si,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, pp. 1467-1476, 2002.

[10] N. Hayasi, K. Saito and Y. Nakatani, “Calculation of demagnetizing field distribution based on fast Fourier transform of convolution,” *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol.35, pp.6065-6073, 1996.

以下，本課題研究による成果発表

[11] 須藤正人, 松尾哲司, “単純化磁区構造モデルによる電磁鋼板磁化過程表現に関する予備的検討,” 電学マグネティックス研資 MAG-11-026, 2011.

[12] 須藤正人，松尾哲司，“単純化磁区構造モデルによる電磁鋼板磁化過程表現に関す

る検討," 電学マグネティックス研資 MAG-11-118, 2011.
[13] M. Sudo, T. Matsuo, "Magnetization Modeling of Silicon Steel Using a Simplified Domain Structure Model," *J. Appl. Phys.*, vol. 111, Issue 7, 07D107, 2012.
[14] 須藤正人, 美舩健, 松尾哲司, 開道力, "ピンニングを考慮した単純化磁区構造モデルに関する検討," H24 電気学会 A 部門大, P-11, 2012.
[15] M. Sudo, T. Mifune, T. Matsuo, C. Kaido, "A Simplified Domain Structure Model Exhibiting Pinning Field," IEEE Trans. Magn. (accepted for publication).